

# “Babeş-Bolyai” University

## Faculty of Mathematics and Computer Sciences

### MMG1001-131-1-2011 Riemannian Geometry

Instructor: Dr. Paul Blaga  
E-mail: pablaga@cs.ubbcluj.ro  
Office: Geometry Department  
Office Hours: MWF 09.00–12.00hrs

Session: Fall 2011  
WWW: <http://www.cs.ubbcluj.ro/~pablaga>  
Office Phone: (0264) 405–XXX

Lecture Times: Monday 17.00–20.00hrs

Room:  $\pi$

Teaching Assistant: Popescu Ioan  
Office: Geometry Department  
Office Hours: MTWRF 11.00–12.00hrs

E-mail: ipopescu@math.ubbcluj.ro  
Office Phone: (0264) 405–XXX

Tutorial Times:  
(01) M 12.00–13.00hrs  
(02) M 13.00–14.00hrs

Room  
 $\pi$   
 $\pi$

---

## Textbooks

- Blaga, Paul A., 2005. *Lectures on Classical Differential Geometry*. Risoprint, Cluj-Napoca.
- do Carmo, Manfredo, 1992. *Riemannian Geometry*. Birkhauser.
- Gallot, S., Hulin, D., Lafontaine, J., 2004. *Riemannian Geometry*, (ed. III). Springer.

## Course Description

1. Omnium hominum quos ad amorem veritatis natura superior impressit hoc maxime interesse videtur: ut, quemadmodum de labore antiquorum ditati sunt, ita et ipsi posteris prolaborent, quatenus ab eis posteritas habeat quo ditetur. 2. Longe nanque ab offitio se esse non dubitet qui, publicis documentis imbutus, ad rem publicam aliquid afferre non curat; non enim est lignum, quod secus decursus aquarum fructificat in tempore suo, sed potius perniciosa vorago semper ingurgitans et

nunquam ingurgitata refundens. 3. Hec igitur sepe mecum recogitans, ne de infossi talenti culpa quandoque redarguar, publice utilitati non modo turgescere, quinymo fructificare desidero, et intemptatas ab aliis estendere veritates. 4. Nam quem fructum ille qui theorema quoddam Euclidis iterum demonstraret? qui ab Aristotile felicitatem ostensam reostendere conaretur? qui senectutem a Cicerone defensam resumeret defensandam? Nullum quippe, sed fastidium potius illa superfluitas tediosa prestaret. 5. Cumque, inter alias veritates occultas et utiles, temporalis Monarchie notitia utilissima sit et maxime latens et, propter non se habere immediate ad lucrum, ab omnibus intemptata, in proposito est hanc de suis enucleare latibulis, tum ut utiliter mundo pervigilem, tum etiam ut palmam tanti bravii primus in meam gloriam adipiscar. 6. Arduum quidem opus et ultra vires aggredior, non tam de propria virtute confidens, quam de lumine Largitoris illius "qui dat omnibus affluenter et non improperat".

## Evaluation

1. Primum quidem igitur videndum quid est quod 'temporalis Monarchia' dicitur, typo ut dicam et secundum intentionem. 2. Est ergo temporalis Monarchia, quam dicunt 'Imperium', unicus principatus et super omnes in tempore vel in hiis et super hiis que tempore mensurantur. 3. Maxime autem de hac tria dubitata queruntur: primo nanque dubitatur et queritur an ad bene esse mundi necessaria sit; secundo an romanus populus de iure Monarche offitium sibi asciverit; et tertio an auctoritas Monarche dependeat a Deo immediate vel ab alio, Dei ministro seu vicario. 4. Verum, quia omnis veritas que non est principium ex veritate alicuius principii fit manifesta, necesse est in qualibet inquisitione habere notitiam de principio, in quod analetice recurratur pro certitudine omnium propositionum que inferius assumuntur. Et quia presens tractatus est inquisitio quedam, ante omnia de principio scriptandum esse videtur in cuius virtute inferiora consistant. 5. Est ergo sciendum quod quedam sunt que, nostre potestati minime subiacentia, speculari tantummodo possumus, operari autem non: velut mathematica, physica et divina; quedam vero sunt que, nostre potestati subiacentia, non solum speculari sed etiam operari possumus: et in hiis non operatio propter speculationem, sed hec propter illam assummitur, quoniam in talibus operatio finis. 6. Cum ergo materia presens politica sit, ymo fons atque principium rectorum politiarum, et omne politicum nostre potestati subiacet, manifestum est quod materia presens non ad speculationem per prius, sed ad operationem ordinatur. 7. Rursus, cum in operabilibus principium et causa omnium sit ultimus finis movet enim primo agentem, consequens est ut omnis ratio eorum que sunt ad finem ab ipso fine summatur. Nam alia erit ratio incidendi lignum propter domum constituendam, et alia propter navim. 8. Illud igitur, siquid est, quod est finis universalis civilitatis humani generis, erit hic principium per quod omnia que inferius probanda sunt erunt manifesta sufficienter: esse autem finem huius civilitatis et illius, et non esse unum omnium finem arbitrari stultum est.

## Lecture Schedule

1. Nunc autem videndum est quid sit finis totius humane civilitatis: quo viso, plus quam dimidium laboris erit transactum, iuxta Phylosophum ad Nicomacum. 2. Et ad evidentiam eius quod queritur

advertendum quod, quemadmodum est finis aliquis ad quem natura producit pollicem, et alius ab hoc ad quem manum totam, et rursus alius ab utroque ad quem brachium, aliusque ab omnibus ad quem totum hominem; sic alius est finis ad quem singularem hominem, alius ad quem ordinat domesticam comunitatem, alius ad quem viciniam, et alius ad quem civitatem, et alius ad quem regnum, et denique optimus ad quem universaliter genus humanum Deus eternus arte sua, que natura est, in esse producit. Et hoc queritur hic tanquam principium inquisitionis directivum.

3. Propter quod sciendum primo quod Deus et natura nil otiosum facit, sed quicquid prodit in esse est ad aliquam operationem. Non enim essentia ulla creata ultimus finis est in intentione creantis, in quantum creans, sed propria essentie operatio: unde est quod non operatio propria propter essentiam, sed hec propter illam habet ut sit. 4. Est ergo aliqua propria operatio humane universitatis, ad quam ipsa universitas hominum in tanta moltitudine ordinatur; ad quam quidem operationem nec homo unus, nec domus una, nec una vicinia, nec una civitas, nec regnum particulare pertingere potest. Que autem sit illa, manifestum fiet si ultimum de potentia totius humanitatis appareat. 5. Dico ergo quod nulla vis a pluribus spetie diversis participata ultimum est de potentia alicuius illorum; quia, cum illud quod est ultimum tale sit constitutum spetiei, sequeretur quod una essentia pluribus spetiebus esset specificata: quod est impossibile. 6. Non est ergo vis ultima in homine ipsum esse simpliciter sumptum, quia etiam sic sumptum ab elementis participatur; nec esse complexionatum, quia hoc reperitur in mineralibus; nec esse animatum, quia sic etiam in plantis; nec esse apprehensivum, quia sic etiam participatur a brutis; sed esse apprehensivum per intellectum possibilem: quod quidem esse nulli ab homine alii competit vel supra vel infra. 7. Nam, etsi alie sunt essentie intellectum participantes, non tamen intellectus earum est possibilis ut hominis, quia essentie tales speties quedam sunt intellectuales et non aliud, et earum esse nichil est aliud quam intelligere quod est quod sunt; quod est sine interpolatione, aliter sempiternae non essent. Patet igitur quod ultimum de potentia ipsius humanitatis est potentia sive virtus intellectiva. 8. Et quia potentia ista per unum hominem seu per aliquam particularium comunitatum superius distinctarum tota simul in actum reduci non potest, necesse est multitudinem esse in humano genere, per quam quidem tota potentia hec actuetur; sicut necesse est multitudinem rerum generabilium ut potentia tota materie prime semper sub actu sit: aliter esset dare potentiam separatam, quod est impossibile. 9. Et huic sententie concordat Averrois in comento super hiis que De anima. Potentia etiam intellectiva, de qua loquor, non solum est ad formas universales aut speties, sed etiam per quandam extensionem ad particulares: unde solet dici quod intellectus speculativus extensione fit practicus, cuius finis est agere atque facere. 10. Quod dico propter agibilia, que politica prudentia regulantur, et propter factibilia, que regulantur arte: que omnia speculationi ancillantur tanquam optimo ad quod humanum genus Prima Bonitas in esse produxit; ex quo iam innotescit illud Politice: intellectu, scilicet, vigentes aliis naturaliter principari.

## Assignment Details

1. Satis igitur declaratum est quod proprium opus humani generis totaliter accepti est actuare semper totam potentiam intellectus possibilis, per prius ad speculandum et secundario propter hoc ad operandum per suam extensionem. 2. Et quia quemadmodum est in parte sic est in toto, et in homine particulari contingit quod sedendo et quiescendo prudentia et sapientia ipse perficitur, patet quod genus humanum in quiete sive tranquillitate pacis ad proprium suum opus,

quod fere divinum est iuxta illud "Minuisti eum paulominus ab angelis", liberrime atque facillime se habet. Unde manifestum est quod pax universalis est optimum eorum que ad nostram beatitudinem ordinantur. 3. Hinc est quod pastoribus de sursum sonuit non divitie, non voluptates, non honores, non longitudo vite, non sanitas, non robur, non pulcritudo, sed pax; inquit enim celestis militia: "Gloria in altissimis Deo, et in terra pax hominibus bone voluntatis". 4. Hinc etiam "Pax vobis" Salus hominum salutabat; decebat enim summum Salvatorem summam salutationem exprimere: quem quidem morem servare voluerunt discipuli eius et Paulus in salutationibus suis, ut omnibus manifestum esse potest. 5. Ex hiis ergo que declarata sunt patet per quod melius, ymo per quod optime genus humanum pertingit ad opus proprium; et per consequens visum est propinquissimum medium per quod itur in illud ad quod, velut in ultimum finem, omnia nostra opera ordinantur, quia est pax universalis, que pro principio rationum subsequentium supponatur. 6. Quod erat necessarium, ut dictum fuit, velut signum prefixum in quod quicquid probandum est resolvatur tanquam in manifestissimam veritatem.

## Tutorials

1. Resummens igitur quod a principio dicebatur, tria maxime dubitantur et dubitata queruntur circa Monarchiam temporalem, que comuniori vocabulo nuncupatur 'Imperium'; et de hiis, ut predictum est, propositum est sub assignato principio inquisitionem facere secundum iam tactum ordinem. 2. Itaque prima questio sit: utrum ad bene esse mundi Monarchia temporalis necessaria sit. Hoc equidem, nulla vi rationis vel auctoritatis obstante, potissimis et patentissimis argumentis ostendi potest, quorum primum ab autoritate Phylosophi assummatum de suis Politicis. 3. Asserit enim ibi venerabilis eius autoritas quod, quando aliqua plura ordinantur ad unum, oportet unum eorum regulare seu regere, alia vero regulari seu regi; quod quidem non solum gloriosum nomen auctoris facit esse credendum, sed ratio inductiva. 4. Si enim consideremus unum hominem, hoc in eo contingere videbimus, quia, cum omnes vires eius ordinentur ad felicitatem, vis ipsa intellectualis est regulatrix et rectrix omnium aliarum: aliter ad felicitatem pervenire non potest. 5. Si consideremus unam domum, cuius finis est domesticos ad bene vivere preparare, unum oportet esse qui regulet et regat, quem dicunt patremfamilias, vel eius locum tenentem, iuxta dicentem Phylosophum: "Omnis domus regitur a senissimo"; et huius, ut ait Homerus, est regulare omnes et leges imponere aliis. Propter quod proverbialiter dicitur illa maledictio: "Parem habeas in domo". 6. Si consideremus vicum unum, cuius finis est commoda tam personarum quam rerum auxiliatio, unum oportet esse aliorum regulatorem, vel datum ab alio vel ex ipsis preheminentem consentientibus aliis; aliter ad illam mutuam sufficientiam non solum non pertingitur, sed aliquando, pluribus preheminerentibus, vicinia tota destruitur. 7. Si vero unam civitatem, cuius finis est bene sufficienterque vivere, unum oportet esse regimen, et hoc non solum in recta politia, sed etiam in obliqua; quod si aliter fiat, non solum finis vite civilis amittitur, sed etiam civitas desinit esse quod erat. 8. Si denique unum regnum particulare, cuius finis est is qui civitatis cum maiori fiducia sue tranquillitatis, oportet esse regem unum qui regat atque gubernet; aliter non modo existentes in regno finem non assecuntur, sed etiam regnum in interitum labitur, iuxta illud infallibilis Veritatis: "Omne regnum in se divisum desolabitur". 9. Si ergo sic se habet in hiis et in singulis que ad unum aliquod ordinantur, verum est quod assummitur supra; nunc constat quod totum humanum genus ordinatur ad unum, ut iam preostensum fuit: ergo unum oportet esse regulans sive regens,

et hoc 'Monarcha' sive 'Imperator' dici debet. 10. Et sic patet quod ad bene esse mundi necesse est Monarchiam esse sive Imperium.

## Miscellaneous

1. Et sicut se habet pars ad totum, sic ordo partialis ad totalem. Pars ad totum se habet sicut ad finem et optimum: ergo et ordo in parte ad ordinem in toto, sicut ad finem et optimum. Ex quo habetur quod bonitas ordinis partialis non excedit bonitatem totalis ordinis, sed magis e converso.

2. Cum ergo duplex ordo reperiatur in rebus, ordo scilicet partium inter se, et ordo partium ad aliquod unum quod non est pars, sicut ordo partium exercitus inter se et ordo earum ad ducem, ordo partium ad unum est melior tanquam finis alterius: est enim alter propter hunc, non e converso.

3. Unde si forma huius ordinis reperitur in partibus humane multitudinis, multo magis debet reperiri in ipsa multitudine sive totalitate per vim sillogismi premissi, cum sit ordo melior sive forma ordinis; sed reperitur in omnibus partibus humane multitudinis, ut per ea que dicta sunt in capitulo precedenti satis est manifestum: ergo et in ipsa totalitate reperiri debet.

4. Et sic omnes partes prenotate infra regna et ipsa regna ordinari debent ad unum principem sive principatum, hoc est ad Monarcham sive Monarchiam.